

# Topología II

## Examen VIII

FACULTAD  
DE  
CIENCIAS  
UNIVERSIDAD DE GRANADA





Esta obra está bajo una Licencia Creative Commons Atribución-NoComercial-SinDerivadas 4.0 Internacional (CC BY-NC-ND 4.0).

Eres libre de compartir y redistribuir el contenido de esta obra en cualquier medio o formato, siempre y cuando des el crédito adecuado a los autores originales y no persigas fines comerciales.

# Topología II

# Examen VIII

Los Del DGIIM, [losdeldgiim.github.io](https://losdeldgiim.github.io)

Granada, 2025

**Asignatura** Topología II.

**Curso Académico** 2020/21.

**Grado** Grado en Matemáticas.

**Descripción** Convocatoria Extraordinaria.

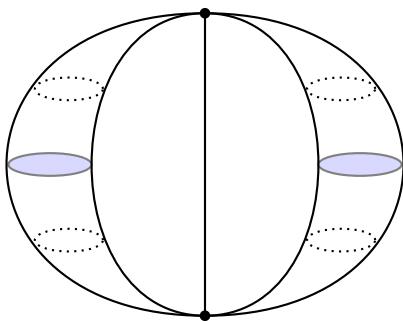
**Duración** 3 horas.

**Ejercicio 1** (2 puntos). Demostrar que el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} x^2 - \cos(x)^3 + \cos(x^3) = \pi \\ \frac{1}{y} + e^x + e^{y^4+1} - \cos(x^4 - 1) - \cos(\sin(x)) = -\pi \end{cases}$$

tiene al menos una solución en  $\mathbb{R}^2$ .

**Ejercicio 2** (2 puntos). Determina el grupo fundamental del subespacio topológico de  $\mathbb{R}^3$  que se muestra en el siguiente dibujo.



**Ejercicio 3** (1.5 puntos). Sea  $X$  el subespacio topológico de  $\mathbb{R}^2$ :  $X = \mathbb{S}^1 \cup \{(x, x^2) \in \mathbb{R}^2 : x \neq 0\}$ . Determinar, salvo homeomorfismo, el recubridor universal de  $X$ .

**Ejercicio 4** (1.5 puntos). Sea  $\pi : \tilde{X} \rightarrow X$  una aplicación recubridora entre espacios topológicos conexos y localmente arcoconexos. Sean  $f_1, f_2 : Y \rightarrow \tilde{X}$  dos aplicaciones continuas, siendo  $Y$  un espacio conexo y localmente arcoconexo. Supongamos

- a)  $\pi \circ f_1 = \pi \circ f_2$ .
- b) existe  $y_0 \in Y$  tal que  $f_1(y_0) = f_2(y_0)$ .
- c) el conjunto  $\{y \in Y : f_1(y) = f_2(y)\}$  es cerrado.

Demostrar que  $f_1 = f_2$  globalmente.

**Ejercicio 5** (1.5 puntos). Consideremos la superficie topológica  $S$  con presentación poligonal

$$\mathcal{P} = \langle a, b, c, d, e, f, g, h, i, j : ae^{-1}g^{-1}ja^{-1}bg, ch^{-1}dfh, ecdifi^{-1}j^{-1}b^{-1} \rangle.$$

Demostrar que  $S$  es conexa y determinar a qué superficie modelo es homeomorfa.

**Ejercicio 6.** Demostrar usando transformaciones elementales que la suma conexa  $\mathbb{T} \# \mathbb{T} \# \mathbb{RP}^2$  es homeomorfa a  $\mathbb{T} \# \mathbb{RP}^2 \# \mathbb{RP}^2 \# \mathbb{RP}^2$ , siendo  $\mathbb{T}$  un toro y  $\mathbb{RP}^2$  un plano proyectivo.